

# Wymagania edukacyjne z matematyki

## klasa 3

### poziom rozszerzony

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania.

Proponujemy:

→Wymagania na ocenę dopuszczającą.

→Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.

→Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą.

→Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą.

→Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą.

## I. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOPUSZCZAJĄCĄ

Uczeń:

- zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej
- potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego
- potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie
- potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań
- potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych
- zna definicję równania wymiernego
- potrafi rozwiązywać proste równania wymierne
- zna definicję nierówności wymiernej
- potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne
- wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności
- wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem
- zna definicję funkcji wymiernej
- potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej
- zna definicję funkcji homograficznej  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie  $c \neq 0$  i  $ad - cb \neq 0$
- potrafi przekształcić wzór funkcji  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie  $c \neq 0$  i  $ad - cb \neq 0$  do postaci  $y = \frac{k}{x-p} + q$
- potrafi naszkicować wzór funkcji  $y = \frac{k}{x-p} + q$
- potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY
- potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji  $y = \frac{k}{x-p} + q$

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOSTATECZNĄ

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych
- potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych
- rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej
- rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych
- potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOBRĄ

Uczeń:

- potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych
- potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne
- potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem)
- potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej
- potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych

### →WYMAGANIA NA OCENĘ BARDZO DOBRĄ

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową)
- potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną
- potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem
- potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej

### →WYMAGANIA NA OCENĘ CELUJĄCĄ

Uczeń:

- potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod

## II. CIĄGI

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOPUSZCZAJĄCĄ

Uczeń:

- zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)
- potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym
- wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych
- potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym
- potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych
- zna definicję ciągu arytmetycznego
- potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych
- potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny
- wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę
- zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na  $n$ -ty wyraz ciągu arytmetycznego
- zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę  $n$  kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- zna definicję ciągu geometrycznego

- potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych
- potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny
- wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz
- zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na  $n$ -ty wyraz ciągu geometrycznego
- zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na  $n$ -ty wyraz ciągu geometrycznego;
- zna i potrafi stosować wzór na sumę  $n$  kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;
- oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji
- rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;
- zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych;
- potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady);
- potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;
- zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;
- sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOSTATECZNĄ

Uczeń:

- wyznacza wyraz  $a_{n+1}$  ciągu określonego wzorem ogólnym
- bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący
- potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości
- wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów
- potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;
- stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
- określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
- wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
- wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
- potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;
- potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;
- stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
- potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych
- potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady)
- potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne);
- oblicza oprocentowanie lokaty
- określa okres oszczędzania
- bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby
- oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych
- oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOBRĄ

Uczeń:

- wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym
- wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
- potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;
- wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny
- wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny
- potrafi wyprowadzić wzór na sumę  $n$  kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
- stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym
- określa monotoniczność ciągu geometrycznego
- wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny
- potrafi wyprowadzić wzór na sumę  $n$  kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego

- stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań
- wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny
- potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
- potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym
- rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym
- oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych
- zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego
- zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych
- stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ BARDZO DOBRĄ

Uczeń:

- potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu
- potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych;
- potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności;
- rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
- potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności
- stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu
- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
- zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu
- potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ CELUJĄCĄ

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach

### III. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOPUSZCZAJĄCĄ

Uczeń:

- zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia
- zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji
- zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji
- zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji
- umie rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów
- stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
- przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia
- wypisuje permutacje danego zbioru
- oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru
- przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni
- oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń
- oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami

- stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
- zna symbol Newtona
- oblicza wartość symbolu Newtona
- zna własności symbolu Newtona
- zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOSTATECZNĄ

Uczeń:

- wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań
- wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań
- wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań
- wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań
- umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności
- wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona
- w oparciu o wzór Newtona wyznacza wartości poszczególnych wyrazów w rozwinięciu
- rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOBRĄ

Uczeń:

- oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji
- rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ BARDZO DOBRĄ

Uczeń:

- oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów
- prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki
- prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ CELUJĄCĄ

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki

## IV. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOPUSZCZAJĄCĄ

Uczeń:

- zna podział czworokątów

- potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu
- wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa  $180^\circ$  i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań
- zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu
- potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów
- zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań
- wie, jakie własności ma romb
- zna własności prostokąta i kwadratu
- wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur
- zna własności deltoidu
- rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu
- zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań
- potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg
- zna i rozumie definicję podobieństwa
- potrafi wskazać figury podobne

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOSTATECZNĄ

Uczeń:

- potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań
- potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu
- korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.)
- potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów
- umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOBRĄ

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków
- potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności
- potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu

### →WYMAGANIA NA OCENĘ BARDZO DOBRĄ

Uczeń:

- umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;
- potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;
- potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta;
- korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów

## V. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOPUSZCZAJĄCĄ

Uczeń:

- zna twierdzenie o polach figur podobnych
- zna twierdzenie sinusów
- zna twierdzenie cosinusów
- rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta
- zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta
- potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole
- zna twierdzenie o polach figur podobnych;
- zna wzór na pole koła i pole wycinka koła
- wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań
- potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań
- zna wzory na pole równoległoboku
- zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia
- zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOSTATECZNĄ

Uczeń:

- potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów
- potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów
- potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia
- potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie
- potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań
- umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań
- potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie
- zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOBRĄ

Uczeń:

- potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych
- potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych
- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów

- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych
- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie)

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ BARDZO DOBRĄ

Uczeń:

- potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów
- rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
- potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola
- potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku
- potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu
- potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu
- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie)

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ CELUJĄCĄ

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania
- potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów
- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń
- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń

## VI. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOPUSZCZAJĄCĄ

Uczeń:

- uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu
- zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie
- oblicza granice funkcji w punkcie
- zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie
- oblicza granice funkcji w nieskończoności
- oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie
- oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie
- wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji
- wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji
- zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie
- korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie

- zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji
- zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie
- potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów
- zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOSTATECZNĄ

Uczeń:

- uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
- oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie
- oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie
- stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
- sprawdza ciągłość funkcji w punkcie
- sprawdza ciągłość funkcji
- wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
- stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania
- potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiore)
- potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji
- potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej
- potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej
- potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym
- potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres
- potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOBRĄ

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze
- stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym
- zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach
- zna własności funkcji ciągłych i potrafi stosować twierdzenie Darboux do uzasadnienia istnienia miejsc zerowych funkcji
- potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją)
- zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji
- potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna
- potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych
- wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki
- wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
- wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie

#### →WYMAGANIA NA OCENĘ BARDZO DOBRĄ

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji
- potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań
- potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk
- potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji
- rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności

### →WYMAGANIA NA OCENĘ CELUJĄCĄ

Uczeń:

- rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną

## VII. TRYGONOMETRIA

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOPUSZCZAJĄCĄ

Uczeń:

- zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym
- potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków
- potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne
- zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$
- wie co to jest miara łukowa kąta
- potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie
- zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
- umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach
- potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta
- zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta
- zna wzory redukcyjne
- potrafi naszkicować wykres funkcji  $y = \sin x$  i omówić jej własności
- potrafi naszkicować wykres funkcji  $y = \cos x$  i omówić jej własności
- potrafi naszkicować wykres funkcji  $y = \operatorname{tg} x$  i omówić jej własności
- potrafi naszkicować wykres funkcji  $y = \operatorname{ctg} x$  i omówić jej własności
- potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu  $(0, 0)$ , przesunięcie równoległe o dany wektor)
- zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań
- potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych
- zna granice funkcji  $\frac{\sin x}{x}$  przy  $x$  dążącym do 0
- zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych i umie je stosować

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOSTATECZNĄ

Uczeń:

- potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$
- zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego
- potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich
- potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta
- potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta
- potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń
- potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu  $y=ax$
- umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze  $a$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta
- potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań

- potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich
- zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach
- potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne
- potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów
- potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach)
- wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych
- potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;
- oblicza granice funkcji, w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne
- oblicza pochodne funkcji, w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOBRĄ

Uczeń:

- potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych
- potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych
- potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego
- wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta
- potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta
- potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej
- potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)
- potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne
- potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
- potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta)
- potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej
- potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki
- potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne
- potrafi obliczać wartości wyrażień, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów
- potrafi szkicować wykresy funkcji  $y = -f(x)$  oraz  $y = f(-x)$
- potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu o wektor oraz  $y = s \cdot f(x)$  oraz  $y = f(s \cdot x)$ , gdzie  $s \neq 0$
- potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak  $y = s \cdot f(x)$  oraz  $y = f(s \cdot x)$ , gdzie  $s \neq 0$
- potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażień trygonometrycznych
- potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych
- potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne
- potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna

### →WYMAGANIA NA OCENĘ BARDZO DOBRĄ

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne w których występuje parametr
- potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania/nierówności trygonometryczne

## →WYMAGANIA NA OCENĘ CELUJĄCĄ

Uczeń:

- potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
- potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
- potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.
- potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania

## VIII. GEOMETRIA ANALITYCZNA

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOPUSZCZAJĄCĄ

Uczeń:

- zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy
- potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora
- potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)
- zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej
- potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)
- zna pojęcie i wzór funkcji liniowej
- potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią  $y$  od współczynnika  $b$ )
- potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem
- potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej
- potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach
- potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie
- zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów
- potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców
- zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi  $OX$ )
- zna definicję równania ogólnego prostej
- potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty
- zna warunek równoległości oraz prostokątności prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi
- rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej
- potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej
- potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu
- potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu
- umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej
- potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;
- zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych
- potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne
- zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory
- zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory
- zna warunki na prostokątność i równoległość wektorów
- zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej
- zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki
- potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi
- zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu

- potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów
- potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych
- wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią
- zna pojęcie jednokładności o środku  $S$  i skali  $k \neq 0$  (także w ujęciu analitycznym)

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOSTATECZNĄ

Uczeń:

- potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
- potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
- potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych
- potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi  $OX$  prostej opisanej równaniem kierunkowym
- potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi  $OX$  i współrzędne punktu, który należy do prostej
- potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych)
- potrafi stosować warunek równoległości oraz prostokątności prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt
- potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej
- potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu
- potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)
- potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń)
- potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory
- potrafi zastosować w zadaniach warunki na prostokątność i równoległość wektorów
- potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki
- potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu
- potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach
- potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem jednokładności
- potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu

### →WYMAGANIA NA OCENĘ DOBRĄ

Uczeń:

- potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności
- potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych
- potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych
- potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności
- rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry
- rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów
- rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole)
- stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
- dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się
- potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią

### →WYMAGANIA NA OCENĘ BARDZO DOBRĄ

Uczeń:

- potrafi sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe
- potrafi rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej
- potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych
- potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych
- potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności
- potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki
- potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
- potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną

#### **→WYMAGANIA NA OCENĘ CELUJĄCĄ**

Uczeń:

- rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności
- potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej)

\*\*\* wykorzystano materiały udostępnione przez Oficynę Edukacyjną PAZDRO